

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung A U S Z U G	
		Stand 12.09	Blatt 0-1

Formelsammlung zu koordtrans.dll

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Inhaltsverzeichnis	Stand 5.06	Blatt 0-2

=====

INHALTSVERZEICHNIS

=====

	ab Blatt
Inhaltsverzeichnis	0-2
Änderungen	0-3
Vereinbarungen	0-4
Koordinatenumrechnungen	1-0
Literaturhinweise	1-0
Konstanten der Erdellipsoide	1-1
Konstanten der Abbildungssysteme	1-2
Abgeleitete Ellipsoidparameter	1-3
Geographische Koordinaten aus Gaußschen konformen Koord.	1-5
Kartesische 3D-Koordinaten aus geographischen Koordinaten und ellipsoidischen Höhen	1-7
Ellipsoidische Höhen und Undulationen	1-7
Geographische Koordinaten und ellipsoidische Höhen aus 3D-Koordinaten	1-8
Gaußsche konforme Koordinaten aus geographischen Koord.	1-9
Näherungsweise Datumsübergang vom ETRS89 (WGS84) zum DHDN90 und umgekehrt	1-11
Näherungsweise Datumsübergang vom ED50 zum DHDN90 und umgekehrt	1-12
2D-Koordinatentransformation	2-1
Allgemeiner Transformationsansatz	2-1
Einfluss der Unbekannten auf Koordinaten	2-2
Verbesserungsgleichungen	2-2
Berechnung von Näherungswerten für 4 Parameter	2-5
Statistischer Test	2-6
Transformation vom Zielsystem ins Ausgangssystem	2-7
3D-Koordinatentransformation	3-0
Literaturhinweise	3-0
Allgemeiner Transformationsansatz	3-1
Einfluss der Unbekannten auf Koordinaten	3-2
Verbesserungsgleichungen	3-2
Berechnung von Näherungswerten für die 7 Parameter	3-5
Statistischer Test	3-6
Transformation kleiner 3D-Größen in ein Horizontsystem	3-7

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Inhaltsverzeichnis	Stand 10.06	Blatt 0-2.1

ab Blatt

Interpolationen	4-0
Interpolation im Feld diskreter Stützpunkte	4-0
Literaturhinweise	4-1
Interpolation im Stützpunktraster	4-2
bilineare Interpolation	4-2
biquadratische Interpolation	4-2
bikubische Interpolation	4-3
bikubische Spline-Interpolation	4-3
Literaturhinweis	4-6
Ausgleichende Ebene	5-1
Allgemeiner Transformationsansatz	5-1
Einfluss der Unbekannten auf Koordinaten	5-2
Verbesserungsgleichungen	5-2
Ausgleichende Gerade	5-3
Allgemeiner Transformationsansatz	5-3
Einfluss der Unbekannten auf Koordinaten	5-4
Verbesserungsgleichungen	5-4
Ausgleichendes Polynom	5-5
Allgemeiner Transformationsansatz	5-5
Einfluss der Unbekannten auf Koordinaten	5-6
Verbesserungsgleichungen	5-6

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Änderungen	Stand 9.05	Blatt 0-3

=====

ÄNDERUNGEN

=====

Erstellung des Handbuchs	7.01
Erweiterung um näherungsweisen Datumsübergang vom ETRS 89 (WGS 84) und vom ED 50 zum DHDN 90 und umgekehrt Blatt 1-0 geändert Blatt 1-11 eingefügt	10.01
Erweiterung des Handbuchs um Krassowsky-Ellipsoid und Literaturhinweise Blätter 1-0, 1-1 geändert	10.02
Erweiterung um ausgleichende Gerade Blätter 0-2.1, 5-3, 5-4 eingefügt	10.02
Neue Formeln für den näherungsweisen Datumsübergang vom ETRS 89 (WGS 84) zum DHDN 90 und umgekehrt Blätter 0-2, 0-2.1, 1-11 geändert Blatt 1-12 eingefügt	12.03
Erweiterung um Natural Neighbour Interpolation Blätter 0-2, 4-0 geändert Blatt 4-1 eingefügt	6.04
Neue Parameter für den näherungsweisen Datumsübergang vom ETRS 89 (Realisierung 2003) ins DHDN 90 und umgekehrt Blatt 1-11 geändert	6.04
Erweiterung um ausgleichendes Polynom Blätter 0-2.1, 5-5, 5-6 eingefügt	1.05
Erweiterung um Varianten der UTM-Abbildung Blatt 1-2 geändert Blatt 1-2.1 eingefügt	6.05
Unterprogramme zur Interpolation im gleichmäßigen Raster Blätter 0-2, 0-2.1, 4-0, 4-1 geändert Blätter 4-2 bis 4-4 neu	9.05

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Änderungen	Stand 12.09	Blatt 0-3.1

Erweiterung um die Berechnung von Näherungswerten für vier Parameter der 2D-Transformation und für die sieben Parameter der 3D-Transformation Blätter 0-3.1, 2-5, 3-0, 3-5 eingefügt Blätter 0-2 und 0-4 geändert Blätter 3-1 bis 3-4 korrigiert Blätter 2-5 bis 2-8, 3-6, 3-7 neu nummeriert	05.06
Erweiterung um bikubische Spline-Interpolation Blätter 0-2.1, 4-1 bis 4-4 geändert Blätter 4-5 und 4-6 eingefügt	10.06
Anpassung der Umrechnungen an proj.4 Blätter 1-0, 1-4 bis 1-6, 1-8 bis 1-10 geändert	2.07
Korrekturen bei Umrechnung geographischer und konformer Koordinaten Blätter 1-2, 1-2.1, 1-5, 1-6, 1-9, 1-10 geändert	9.07
Korrektur bei Transformation vom Zielsystem ins Startsystem (2D-Koordinatenumformung) Blatt 2-7 geändert	12.09

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Vereinbarungen	Stand 5.06	Blatt 0-4

=====

VEREINBARUNGEN

=====

ARITHMETISCHE OPERATOREN

=====

$a * b$: a multipliziert mit b
 a / b : a dividiert durch b
 $a ** b$: a hoch b
summe (ai) : Summe der ai
sqrt (a) : Quadratwurzel aus a
abs (a) : Betrag von a
sin (a) : Sinus von a
cos (a) : Cosinus von a
usw. usw.
arctan (a) : Arcus Tangens von a
ln (a) : Natürlicher Logarithmus von a

LOGISCHE OPERATOREN

=====

$a .EQ. b$: a gleich b
 $a .NE. b$: a ungleich b
 $a .LT. b$: a kleiner b
 $a .LE. b$: a kleiner gleich b
 $a .GT. b$: a groesser b
 $a .GE. b$: a groesser gleich b

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 2.07	Blatt 1-0

=====

KOORDINATENUMRECHNUNGEN

=====

LITERATURHINWEISE

=====

- (1) JORDAN/EGGERT/KNEISSL, Handbuch der Vermessungskunde, Band IV, Erste Hälfte, Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1958
- (2) JORDAN/EGGERT/KNEISSL, Handbuch der Vermessungskunde, Band IV, zweite Hälfte, Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1959
- (3) SCHÖDLBAUER, A.: Rechenformeln und Rechenbeispiele zur Landesvermessung, Teil 1, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe 1981.
- (4) SCHÖDLBAUER, A.: Rechenformeln und Rechenbeispiele zur Landesvermessung, Teil 2, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe 1982.
- (5) LANDESVERMESSUNGSAMT NORDRHEIN-WESTFALEN: Transformation von Koordinaten und Höhen in der Landesvermessung, Teil II: Praktische Anwendungsfälle, Bonn-Bad Godesberg, 1999.
- (6) INNENMINISTERIUM NORDRHEIN-WESTFALEN: Das Trigonometrische Festpunktfeld in Nordrhein-Westfalen (TP-Erl.), RdErl. d. Innenministeriums v. 04. 06. 1993 - III C 3 - 4213
- (7) INNENMINISTERIUM NORDRHEIN-WESTFALEN: Das Trigonometrische Festpunktfeld in Nordrhein-Westfalen (TP-Erl.), RdErl. d. Innenministeriums v. 22. 07. 1999 - III C 3 - 4213
- (8) VINCENTY, T.: Zur räumlich-ellipsoidischen Koordinaten-Transformation, Zeitschrift für Vermessungswesen, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1980, Seite 519.
- (9) GROSSMANN, W., Geodätische Rechnungen und Abbildungen, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart
- (10) HRISTROW, W. K., Die Gauss-Krügerschen Koordinaten auf dem Ellipsoid, Verlag B. G. Teubner, Leipzig 1943
- (11) Programmbibliothek proj.4, <http://proj.maptools.org>

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 10.02	Blatt 1-1

KONSTANTEN DER ERDELLIPSOIDE

=====

a = große Halbachse des Ellipsoides (m)
 b = kleine Halbachse des Ellipsoides (m)
 = a * (1 - f)
 f = Abplattung

Erdellipsoid nach BESSEL

(vergl. (7))

a = 6377397.155
 f = 1 / 299.15281285

Internationales Erdellipsoid nach HAYFORD

(vergl. (6))

a = 6378388
 f = 1 / 297.00

WGS72-Erdellipsoid

a = 6378135
 b = 6356750.52

GRS80- (WGS84-) Erdellipsoid

(vergl. (7))

a = 6378137 m
 f = 1 / 298.257222101

Erdellipsoid nach KRASSOWSKY

(vergl. (6))

a = 6378245 m
 f = 1 / 298.3

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 9.07	Blatt 1-2

KONSTANTEN DER ABBILDUNGSSYSTEME FÜR

=====

GAUSSSCHE KONFORME KOORDINATEN

=====

Dm = Abstand der Mittelmeridiane (Grad)
 kL = geographische Länge Ost des Mittelmeridians
 des ersten Meridianstreifens (Grad)
 kR = konstanter Zuschlag zum Rechtswert (m)
 kH = konstanter Zuschlag zum Hochwert (m)
 Mh = Maßstabsfaktor

Gauß-Krüger-System

Dm = 3
 kL = 3
 kR = 500000
 kH = 0
 Mh = 1

UTM-System Nord mit vollständiger Zonenkennziffer

(für Deutschland: 32, 33)

Dm = 6
 kL = -177
 kR = 500000
 kH = 0
 Mh = 0.9996

UTM-System Nord mit reduzierter Zonenkennziffer

(für Deutschland, z. B. für ALK: 2, 3)

Dm = 6
 kL = 3
 kR = 500000
 kH = 0
 Mh = 0.9996

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 9.07	Blatt 1-2.1

UTM-System Süd mit vollständiger Zonenkennziffer

Dm = 6
kL = -177
kR = 500000
kH = 10000000
Mh = 0.9996

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 7.01	Blatt 1-3

ABGELEITETE ELLIPSOIDPARAMETER

=====

Krümmungshalbmesser des Ellipsoides am Pol

$$c = a^2 / b$$

c = Krümmungshalbmesser am Pol
a = große Halbachse des Ellipsoides (m)
b = kleine Halbachse des Ellipsoides (m)

1. numerische Exzentrizität des Ellipsoides

$$e^2 = 1 - b / c$$

e^2 = Quadrat der 1. numerischen Exzentrizität
c = Krümmungshalbmesser des Ellipsoides am Pol
b = kleine Halbachse des Ellipsoides (m)

2. numerische Exzentrizität des Ellipsoides

$$e'^2 = -1 + c / b$$

e'^2 = Quadrat der 2. numerischen Exzentrizität
c = Krümmungshalbmesser des Ellipsoides am Pol (m)
b = kleine Halbachse des Ellipsoides (m)

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 2.07	Blatt 1-4

Konstanten zur Berechnung der Meridianbogenlängen

und der geographischen Breiten von Lotfußpunkten

(vergl. (1), Seite 78, auch (3), Seite 14)

$$\begin{aligned}
 E_0 &= 1 \\
 &- e'^2 * 3 / 4 \\
 &+ e'^4 * 45 / 64 \\
 &- e'^6 * 175 / 256 \\
 &+ e'^8 * 11025 / 16384 \\
 &- e'^{10} * 43659 / 65536
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_2 &= - e'^2 * 3 / 8 \\
 &+ e'^4 * 15 / 32 \\
 &- e'^6 * 525 / 1024 \\
 &+ e'^8 * 2205 / 4096 \\
 &- e'^{10} * 72765 / 131072
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_4 &= e'^4 * 15 / 256 \\
 &- e'^6 * 105 / 1024 \\
 &+ e'^8 * 2205 / 16384 \\
 &- e'^{10} * 10395 / 65536
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_6 &= - e'^6 * 35 / 3072 \\
 &+ e'^8 * 315 / 12288 \\
 &- e'^{10} * 31185 / 786432
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_8 &= e'^8 * 315 / 131072 \\
 &- e'^{10} * 3465 / 524288
 \end{aligned}$$

$$ED = - e'^{10} * 693 / 1310720$$

E_0 bis ED = Konstanten zur Berechnung der Meridianbogenlängen
 e'^2 = Quadrat der 2. numerischen Exzentrizität

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 9.07	Blatt 1-5

KOORDINATENUMRECHNUNGEN

=====

Geographische Koordinaten

aus Gaußschen konformen Koordinaten

Meridianbogen nach (1), Seite 79, siehe auch (3), Seite 14

Iteration nach (11)

Meridian- und Querkrümmungshalbmesser nach (9), Seite 10

Geographische Länge nach (2), Seiten 1109 und 1106 oder

(10), Seite 47, siehe auch (4), Seite 80

Geographische Breite sowie Auflösung der Konstanten und Faktoren
nach (11)

$$B = (B_{fr} - D_{Br}) * \rho$$

$$B_{fr} = B_{f0r} + D_{x0} / M$$

$$D_{x0} = ((H - kH) / M_h) - x_0$$

$$x_0 = c * (E_0 * B_{f0r} + E_2 * \sin(2*B_{f0r}) + E_4 * \sin(4*B_{f0r}) + E_6 * \sin(6*B_{f0r}) + E_8 * \sin(8*B_{f0r}) + E_D * \sin(10*B_{f0r}))$$

$$B_{f0r} = (H - kH) / M_h / a$$

$$D_{Br} = N * \tan(B_{fr}) * F_2 * (1 - F_2 * (5 + t^2 * (3 - 9*n^2) + n^2 * (1 - 4*n^2) - F_2 * (61 + t^2 * (90 - 252*n^2 + 45*t^2) + 46*n^2 - F_2 * (1385 + t^2 * (3633 + t^2 * (4095 + 1574*t^2)))/56)/30)/12)/2 / M$$

$$L = (K_z - 1) * D_m + k_L + D_{Lr} * \rho$$

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 9.07	Blatt 1-6

noch: geographische Koordinaten aus ...

```

DLr      =  F1 * (1 -
              F2 * (1 + 2*t2 + n2 -
              F2 * (5 + t2*(28 + 24*t2 + 8*n2) + 6*n2 -
              F2 * (61 + t2*(662 + t2*(1320 + 720 * t2))
              )/42
              )/20
              )/6
              )/cos(Bfr)

N        =  c / sqrt(1 + n2)
M        =  c / sqrt(1 + n2)**3
n2       =  e'**2 * cos**2(Bfr)
t2       =  tan**2(Bfr)
F1       =  y / N
F2       =  y**2 / N**2
y        =  (R - Kz * 10**6 - kR) / Mh
Kz       =  int(R / 10**6)

B        =  geographische Breite (Grad)
L        =  geographische Länge (Grad)
R        =  Rechts-(Ost-)Wert der
           Gaußschen konformen Koordinaten (m)
H        =  Hoch-(Nord-)Wert der
           Gaußschen konformen Koordinaten (m)

Bfr      =  geographische Breite des Lotfußpunktes,
           iterativ bestimmt, bis Dx0 < 10**-7 (m)
Eo bis ED =  Konstanten zur Berechnung der Meridianbogenlänge
Kz       =  Meridiankennziffer des Rechtswerts
kR       =  konstanter Zuschlag zum Rechtswert (m)
kH       =  konstanter Zuschlag zum Hochwert (m)
           je nach Abbildungssystem
kL       =  geographische Länge Ost des Mittelmeridians
           des ersten Meridianstreifens (Grad)
Dm       =  Abstand der Mittelmeridiane (Grad)
           je nach Abbildungssystem
Mh       =  Maßstabsfaktor des Abbildungssystems
N        =  Querkrümmungshalbmesser (m)
M        =  Meridiankrümmungshalbmesser (m)
a        =  große Halbachse des Ellipsoides (m)
c        =  Krümmungshalbmesser am Pol (m)
e'**2    =  Quadrat der 2. numerischen Exzentrizität
rho      =  57.295779513082321 (Grad)

```

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 9.07	Blatt 1-9

Gaußsche konforme Koordinaten

aus geographische Koordinaten

Meridianbogen nach (1), Seite 79, siehe auch (3), Seite 14
Meridian- und Querkrümmungshalbmesser nach (9), Seite 10
Gaußsche Koordinaten nach (2), Seite 1105,
siehe auch (10), Seiten 47 und 48 oder (4), Seite 21
Auflösung der Konstanten und Faktoren nach (11)

$$H = (x_0 + D_x) * M_h + k_H$$

$$x_0 = c * (E_0 * B_r + E_2 * \sin(2*B_r) + E_4 * \sin(4*B_r) + E_6 * \sin(6*B_r) + E_8 * \sin(8*B_r) + E_{10} * \sin(10*B_r))$$

$$D_x = N * \sin(B_r) * D_{Lr} * F_1 * (1 + F_2 * (5 - t^2 + n^2 * (9 + 4 * n^2) + F_2 * (61 + t^2 * (t^2 - 58) + n^2 * (270 - 330 * t^2) + F_2 * (1385 + t^2 * (t^2 * (543 - t^2) - 3111)) / 56) / 30) / 12) / 2)$$

$$R = D_y * M_h + K_z * 10^{**6} + k_R$$

$$D_y = N * F_1 * (1 + F_2 * (1 - t^2 + n^2 + F_2 * (5 + t^2 * (t^2 - 18) + n^2 * (14 - 58 * t^2) + F_2 * (61 + t^2 * (t^2 * (179 - t^2) - 479)) / 42) / 20) / 6)$$

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Koordinaten- umrechnungen	Stand 9.07	Blatt 1-10

noch: Gaußsche konforme Koordinaten aus ...

$$DLr = (L - (Kz - 1) * Dm - kL) / \rho$$

$$Br = B / \rho$$

$$N = c / \sqrt{1 + n^2}$$

$$n^2 = e'^2 * \cos^2(Br)$$

$$t^2 = \tan^2(Br)$$

$$F1 = \cos(Br) * DLr$$

$$F2 = \cos^2(Br) * DLr^2$$

R = Rechts-(Ost-)Wert der
Gaußschen konformen Koordinaten (m)

H = Hoch-(Nord-)Wert der
Gaußschen konformen Koordinaten (m)

B = geographische Breite (Grad)

L = geographische Länge (Grad)

Eo bis ED = Konstanten zur Berechnung der Meridianbogenlänge

Kz = gewünschte Meridiankennziffer des Rechtswerts

kR = konstanter Zuschlag zum Rechtswert (m)

kH = konstanter Zuschlag zum Hochwert (m)
je nach Abbildungssystem

kL = geographische Länge Ost des Mittelmeridians
des ersten Meridianstreifens (Grad)
je nach Abbildungssystem

Dm = Abstand der Mittelmeridiane (Grad)
je nach Abbildungssystem

Mh = Maßstabsfaktor des Abbildungssystems

N = Querkrümmungshalbmesser (m)

c = Krümmungshalbmesser am Pol (m)

e'^2 = Quadrat der 2. numerischen Exzentrizität

rho = 57.295779513082321 (Grad)

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	2D-Koordinaten- umformung	Stand 7.01	Blatt 2-1

=====

2D-KOORDINATENUMFORMUNG

=====

ALLGEMEINER TRANSFORMATIONSANSATZ

=====

$$y_i = y_u + m_{y'} * y'_i * \cos(e_{y'}) + m_{x'} * x'_i * \sin(e_{x'})$$

$$x_i = x_u - m_{y'} * y'_i * \sin(e_{y'}) + m_{x'} * x'_i * \cos(e_{x'})$$

y_i : y-Wert des Punktes i im Zielsystem
 x_i : x-Wert des Punktes i im Zielsystem

y'_i : y-Wert des Punktes i im Startsystem
 x'_i : x-Wert des Punktes i im Startsystem

y_u : y-Wert des Koordinatennullpunktes des Startsystems
im Zielsystem
 x_u : x-Wert des Koordinatennullpunktes des Startsystems
im Zielsystem

$m_{y'}$: Maßstabsfaktor für y' -Werte
 $m_{x'}$: Maßstabsfaktor für x' -Werte

$e_{y'}$: Richtung der y' -Achse im Zielsystem - $\pi/2$
 $e_{x'}$: Richtung der x' -Achse im Zielsystem

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	2D-Koordinaten- umformung	Stand 7.01	Blatt 2-2

EINFLUSS DER UNBEKANNTEN UND VERBESSERUNGSGLEICHUNGEN

=====

6-Parameter-Transformation

```

Eyi =  dyu  * 1
      + dey' * (- my'o * y'i * sin(ey'o))
      + dex' * ( mx'o * x'i * cos(ex'o))
      + dmy' * ( y'i * cos(ey'o))
      + dmX' * ( x'i * sin(ex'o))

```

```

Exi =  dxu  * 1
      + dey' * (- my'o * y'i * cos(ey'o))
      + dex' * (- mx'o * x'i * sin(ex'o))
      + dmy' * (- y'i * sin(ey'o))
      + dmX' * ( x'i * cos(ex'o))

```

```

vyi =  Eyi
      + my'o * y'i * cos(ey'o)
      + mx'o * x'i * sin(ex'o)
      + yuo - yi

```

```

vxi =  Exi
      - my'o * y'i * sin(ey'o)
      + mx'o * x'i * cos(ex'o)
      + xuo - xi

```

Eyi : Einfluß der Unbekannten auf Verbesserung des y-Wertes

Exi : Einfluß der Unbekannten auf Verbesserung des x-Wertes

vyi : Verbesserung des y-Wertes im Zielsystem

vxi : Verbesserung des x-Wertes im Zielsystem

yi : im Zielsystem gegebener y-Wert des Stützpunktes i

xi : im Zielsystem gegebener x-Wert des Stützpunktes i

y'i : im Startsystem gegebener y-Wert des Stützpunktes i

x'i : im Startsystem gegebener x-Wert des Stützpunktes i

..o : Näherungswerte

d.. : Zuschlag zu Näherungswert,
Ausgleichungsunbekannte

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	2D-Koordinaten- umformung	Stand 7.01	Blatt 2-3

5-Parameter-Transformation

$$\begin{aligned}
 E_{yi} = & \quad dy_u \quad * \quad 1 \\
 & + de' \quad * \quad (\quad mx'o \quad * \quad x'i \quad * \quad \cos(e'o) \quad - \quad my'o \quad * \quad y'i \quad * \quad \sin(e'o)) \\
 & + dm_x' \quad * \quad (\quad x'i \quad * \quad \sin(e'o)) \\
 & + dm_y' \quad * \quad (\quad y'i \quad * \quad \cos(e'o))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{xi} = & \quad dx_u \quad * \quad 1 \\
 & + de' \quad * \quad (- \quad mx'o \quad * \quad x'i \quad * \quad \sin(e'o) \quad - \quad my'o \quad * \quad y'i \quad * \quad \cos(e'o)) \\
 & + dm_x' \quad * \quad (\quad x'i \quad * \quad \cos(e'o)) \\
 & + dm_y' \quad * \quad (- \quad y'i \quad * \quad \sin(e'o))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{yi} = & \quad E_{yi} \\
 & + mx'o \quad * \quad x'i \quad * \quad \sin(e'o) \\
 & + my'o \quad * \quad y'i \quad * \quad \cos(e'o) \\
 & + y_{uo} - y_i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{xi} = & \quad E_{xi} \\
 & + mx'o \quad * \quad x'i \quad * \quad \cos(e'o) \\
 & - my'o \quad * \quad y'i \quad * \quad \sin(e'o) \\
 & + x_{uo} - x_i
 \end{aligned}$$

$$e'o = ey'o = ex'o$$

E_{yi} : Einfluß der Unbekannten auf Verbesserung des y-Wertes
 E_{xi} : Einfluß der Unbekannten auf Verbesserung des x-Wertes

v_{yi} : Verbesserung des y-Wertes im Zielsystem
 v_{xi} : Verbesserung des x-Wertes im Zielsystem

y_i : im Zielsystem gegebener y-Wert des Stützpunktes i
 x_i : im Zielsystem gegebener x-Wert des Stützpunktes i

$y'i$: im Startsystem gegebener y-Wert des Stützpunktes i
 $x'i$: im Startsystem gegebener x-Wert des Stützpunktes i

$..o$: Näherungswerte
 $d..$: Zuschlag zu Näherungswert,
 Ausgleichungsunbekannte

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	2D-Koordinaten- umformung	Stand 7.01	Blatt 2-4

4-Parameter-Transformation

$$E_{yi} = dy_u * 1 + de' * (m'o * x'i * \cos(e'o) - m'o * y'i * \sin(e'o)) + dm' * (x'i * \sin(e'o) + y'i * \cos(e'o))$$

$$E_{xi} = dx_u * 1 + de' * (-m'o * x'i * \sin(e'o) - m'o * y'i * \cos(e'o)) + dm' * (x'i * \cos(e'o) - y'i * \sin(e'o))$$

$$v_{yi} = E_{yi} + m'o * x'i * \sin(e'o) + m'o * y'i * \cos(e'o) + y_{uo} - y_i$$

$$v_{xi} = E_{xi} + m'o * x'i * \cos(e'o) - m'o * y'i * \sin(e'o) + x_{uo} - x_i$$

$$e'o = ey'o = ex'o$$

$$m'o = my'o = mx'o$$

E_{xi} : Einfluß der Unbekannten auf Verbesserung des x-Wertes
 E_{yi} : Einfluß der Unbekannten auf Verbesserung des y-Wertes

v_{xi} : Verbesserung des x-Wertes im Zielsystem
 v_{yi} : Verbesserung des y-Wertes im Zielsystem

y_i : im Zielsystem gegebener y-Wert des Stützpunktes i
 x_i : im Zielsystem gegebener x-Wert des Stützpunktes i

$y'i$: im Startsystem gegebener y-Wert des Stützpunktes i
 $x'i$: im Startsystem gegebener x-Wert des Stützpunktes i

$..o$: Näherungswerte
 $d..$: Zuschlag zu Näherungswert,
Ausgleichungsunbekannte

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	2D-Koordinaten- umformung	Stand 5.06	Blatt 2-6

STATISTISCHER TEST

=====

Redundanzanteil (Kontrolliertheit)

$$QP.. = 1 - PLL. * QN..$$

QP.. : Redundanzanteil des y- bzw. x-Wertes
 PLL. : Gewicht des y- bzw. x-Wertes vor der Ausgleichung
 QN.. : Gewichtsreziproke der Koordinate nach der Ausgleichung

Normierte Verbesserung

$$NV. = \text{abs}(v.) * \text{sqrt}(PLL.) / \text{sqrt}(QP..)$$

NV. : normierte Verbesserung des y- bzw. x-Wertes
 v. : Verbesserung des y- bzw. x-Wertes
 PLL. : Gewicht des y- bzw. x-Wertes vor der Ausgleichung
 QP.. : Redundanzanteil des y- bzw. x-Wertes

Grober Fehler

$$GFL. = - v. / QP..$$

GFL. : grober Fehler des y- bzw. x-Wertes
 v. : Verbesserung des y- bzw. x-Wertes
 QP.. : Redundanzanteil des y- bzw. x-Wertes

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	2D-Koordinaten- umformung	Stand 12.09	Blatt 2-7

TRANSFORMATION VOM ZIELSYSTEM INS STARTSYSTEM

=====

Umrechnung

$$y'i = y'u + my * (xi * \sin(ey) + yi * \cos(ey))$$

$$x'i = x'u + mx * (xi * \cos(ex) - yi * \sin(ex))$$

y'i : y-Wert des Punktes i im Startsystem

x'i : x-Wert des Punktes i im Startsystem

y'u : y-Wert des Koordinatennullpunktes des Zielsystems
im Startsystem

x'u : x-Wert des Koordinatennullpunktes des Zielsystems
im Startsystem

yi : y-Wert des Punktes i im Zielsystem

xi : x-Wert des Punktes i im Zielsystem

my : Maßstabsfaktor für y-Werte

mx : Maßstabsfaktor für x-Werte

ey : Richtung der y-Achse des Zielsystems, bezogen auf
y'-Achse des Startsystems

ex : Richtung der x-Achse des Zielsystems, bezogen auf
x'-Achse des Startsystems

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	2D-Koordinaten- umformung	Stand 5.06	Blatt 2-8

Koordinaten des Nullpunktes

$$y'u = \frac{(x_u * \sin(ex') - y_u * \cos(ex'))}{(m_y' * \cos(ex' - ey'))}$$

$$x'u = - \frac{(x_u * \cos(ey') + y_u * \sin(ey'))}{(m_x' * \cos(ex' - ey'))}$$

Drehwinkel

$$ey = - ex'$$

$$ex = - ey'$$

Maßstäbe

$$m_y = 1 / (m_y' * \cos(ex' - ey'))$$

$$m_x = 1 / (m_x' * \cos(ex' - ey'))$$

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Interpolations- verfahren	Stand 9.05	Blatt 4-0

=====

INTERPOLATIONSVERFAHREN

=====

INTERPOLATIONEN IM FELD DISKRETER STÜTZPUNKTE

=====

Für ein Feld diskreter Stützpunkte sind die Interpolation nach Abstandsgewichten, die Multiquadratische Interpolation und die Natural Neighbour Interpolation verfügbar.

Bei der Multiquadratischen Interpolation kann gewählt werden zwischen einem zweidimensionalen Punktfeld, in dem ein, zwei oder drei Modellwerte zu interpolieren sind (z. B. für Undulationsberechnungen oder 2D-Restklaffenverteilungen), oder einem dreidimensionalen Punktfeld mit drei Werten (z. B. 3D-Restklaffenverteilungen).

Die Multiquadratische Interpolation funktioniert nur einwandfrei, wenn mindestens zwei Bedingungen erfüllt werden: 1. Die Summe der Modellwerte der Stützpunkte muss Null sein und 2. Die Summe der Quadrate der Modellwerte der Stützpunkte muss ein Minimum sein. Diese Bedingungen werden schnittstellenintern erfüllt, indem durch die Modelle ausgleichende Ebenen bzw. ausgleichende Räume gelegt werden. Die Modellwerte der Stützpunkte werden um diese Trendanteile reduziert, und an die interpolierten Werte wird der Trendanteil wieder angebracht.

Beim multiquadratischen Verfahren führen Extrapolationen, d. h. wenn zu berechnende Punkte außerhalb des Umringspolygons (der konvexen äußeren Hülle) der Stützpunkte liegen, schnell zu unplausiblen, extremen Werten. Darum wird auf eine Extrapolation in der zurückgegebenen Kennung hingewiesen.

Die Natural Neighbour Interpolation ist nur für zweidimensionale Punktfelder realisiert. Bei der Berechnung der Modellwerte wird stets von zwei Werten ausgegangen.

Beim Natural Neighbour Verfahren sind Extrapolationen von theoretischen Ansatz her gar nicht rechenbar. Die Realisierung ermöglicht jedoch die Berechnung von Ersatzwerten, die ebenfalls schnell zu unplausiblen, extremen Werten führen. Auch hier wird durch den Rückgabeparameter auf eine Extrapolation hingewiesen.

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen	koordtrans.dll	Formelsammlung	
	Interpolations- verfahren	Stand 10.06	Blatt 4-1

LITERATURHINWEISE

=====

Stückmann, G., Multiquadratische Interpolation und Restklaffenverteilung nach Winkel- und Abstandsgewichten, Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungsdienst des Landes Nordrhein-Westfalen, Heft 4, 1986, S. 182-194.

Fröhlich, H., Die Verteilung von Restklaffungen im Modell multi-quadratischer Funktionen, Der Vermessungsingenieur, Heft 3, 1987, S. 117-119.

Hettwer, J. und Benning, W., Restklaffenverteilung mit der Natural-Neighbour-Interpolation, Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Heft 4, 2003, S. 122-129.

Ahrens, B., Ein Algorithmus zur Restklaffenverteilung mit der Natural Neighbour Interpolation, Der Vermessungsingenieur, Heft 4, 2004, S. 286-290.